Détermination de l'équation cartésienne de la tangente à la courbe f(x) au point d'abscisse a

■ Exercice 1

On cherche l'équation cartésienne de la tangente à la courbe f(x) = $\sqrt{x^2 - 3x + 1}$ au point d'abscisse 3

Les coordonnées du point d'abscisse a sont (a , f(a)) = (3 , 1)

recherchons la pente de la tangente, f'(a)

Pour ce faire, commençons par calculer la dérivée de la fonction f

f'(x) = $\frac{2x-3}{2\sqrt{x^2-3x+1}}$

Et donc, la pente est égale à f'(a) = $\frac{3}{2}$

On remplace dans l'équation de la tangente: T ≡ y − f(a) = f'(a) .(x−a)

L'équation de la tangente peut donc s'écrire $y = \frac{3(x-3)}{2} + 1$

T ≡ $y = \frac{3x}{2} - \frac{7}{2}$

■ Exercice 2

On cherche l'équation cartésienne de la tangente à la courbe f(x) = $2x^3 + 3x^2 - 4$ au point d'abscisse $-\frac{1}{2}$

Les coordonnées du point d'abscisse a sont (a , f(a)) = $(-\frac{1}{2}, -\frac{7}{2})$

recherchons la pente de la tangente, f'(a)

Pour ce faire, commençons par calculer la dérivée de la fonction f

f'(x) = $6x^2 + 6x$

Et donc, la pente est égale à f'(a) = $-\frac{3}{2}$

On remplace dans l'équation de la tangente: T ≡ y − f(a) = f'(a) .(x−a)

L'équation de la tangente peut donc s'écrire $y = -\frac{3}{2}\left(x + \frac{1}{2}\right) - \frac{7}{2}$

T ≡ $y = -\frac{3x}{2} - \frac{17}{4}$

■ Exercice 3

On cherche l'équation cartésienne de la tangente à la courbe $f(x) = \frac{x^2-1}{3-2x}$ au point d'abscisse -1

Les coordonnées du point d'abscisse a sont $(a\ ,\ f(a)) = (-1\ ,\ 0)$

recherchons la pente de la tangente, $f'(a)$

Pour ce faire, commençons par calculer la dérivée de la fonction f

$$f'(x) = \frac{2x}{3-2x} + \frac{2(x^2-1)}{(3-2x)^2} = -\frac{2(x^2-3x+1)}{(3-2x)^2}$$

Et donc, la pente est égale à $f'(a) = -\frac{2}{5}$

On remplace dans l'équation de la tangente: $T \equiv y - f(a) = f'(a)\ .(x-a)$

L'équation de la tangente peut donc s'écrire $y = -\frac{2}{5}(x+1)$

$$T \equiv y = -\frac{2x}{5} - \frac{2}{5}$$